

Питання №1

Перехідний процес встановлення стаціонарного режиму роботи лазера та вільна генерація

Використаємо систему швидкісних (кінетичних) рівнянь без урахування спонтанного випромінювання для  $\tilde{m}$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = P_n - \tilde{V}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{n}}{\tau_c}$$

$$\frac{d\tilde{m}}{dt} = \tilde{V}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{m}}{\tau_r}$$

Але перейдемо до безрозмірних одиниць

$$n = \tilde{n} \cdot \tilde{V} \tau_r; \quad m = \tilde{m} \cdot \tilde{V} \tau_c;$$

$$W = \tau_c \tau_r \tilde{V} \cdot P_n; \quad \tau = \frac{t}{\tau_c}$$

та введемо безрозмірний параметр

$$G = \frac{\tau_c}{\tau_r} !$$

Система  
набуває вигляду

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{d\tau} &= W - nm - n \\ \frac{dm}{d\tau} &= G(mn - m) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Рівняння} \\ &\text{Статца-де Марса?} \\ &(\text{стаца}) \quad \checkmark (\text{догка}) \\ &(\text{іноді стаца-де-марса}) \end{aligned}$$

Будемо використовувати цю

систему для розгляду даного питання та наступних

! Зауваження:

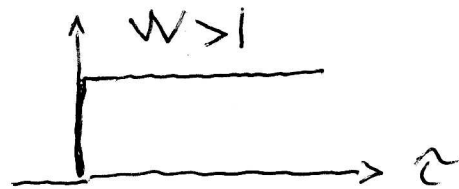
$$n_{ст} = n_{пор} = \tilde{n}_{пор} \cdot \tilde{V} \tau_r = \frac{1}{\tilde{V} \tau_r} \cdot \tilde{V} \tau_r = 1$$

$$W_{пор} = P_{n, пор} \cdot \tau_c \tau_r \tilde{V} = \frac{1}{\tau_c \tau_r \tilde{V}} \cdot \tau_c \tau_r \tilde{V} = 1$$

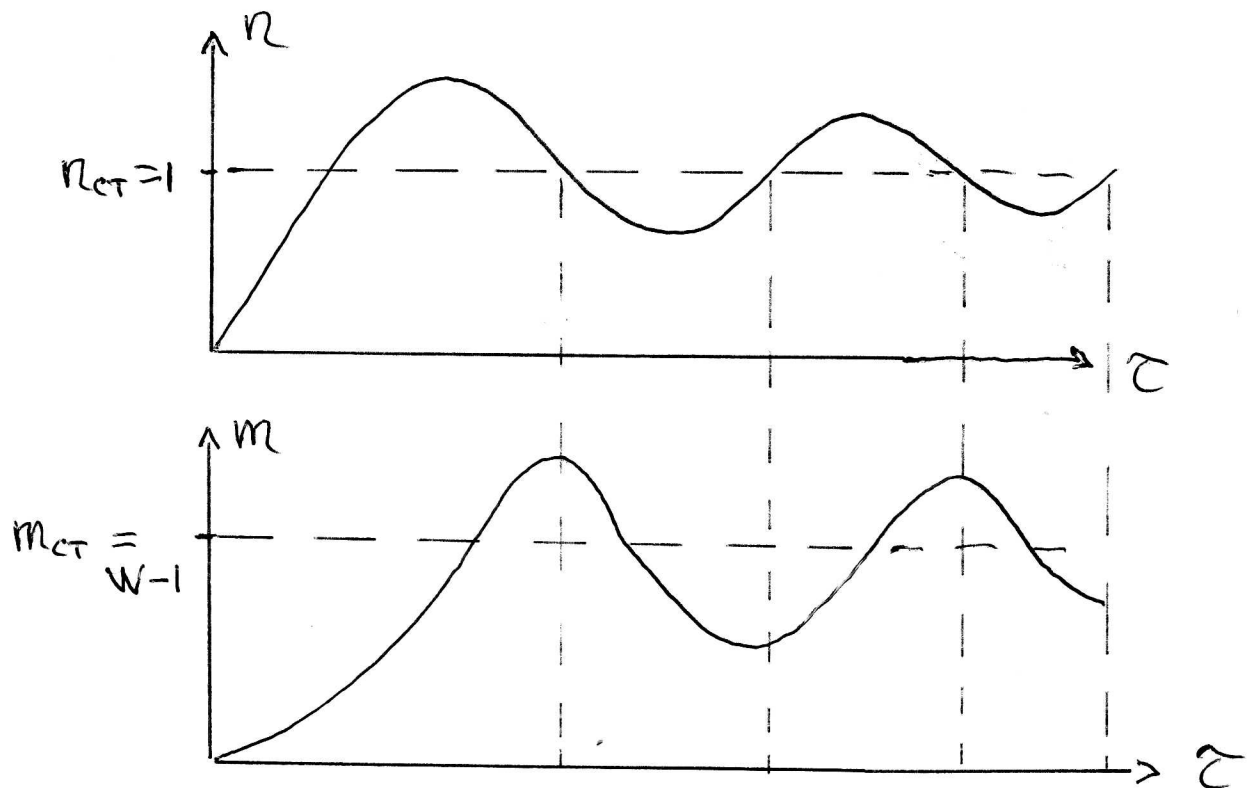
$$m_{ст} = \tilde{m}_{ст} \cdot \tilde{V} \tau_c = W - 1 \quad (\tilde{m}_{ст} = (P_n - \frac{1}{\tau_c \tau_r \tilde{V}}) \tau_r)$$

Система кінетичних рівнянь не має аналітичного розв'язку, але допускає кількісний аналіз.

Розглянемо ситуацію включення накачки в момент  $\tau=0$



Інверсія  $n$  та концентрація фотонів  $m$  будуть себе вести так



Відбуваються коливання оскільки  $m$  "відстає".

!  $\frac{dm}{d\tau} = 0$ , якщо  $n = \frac{1}{W}$  бо  $\frac{dm}{d\tau} = C_2(mn - m)$

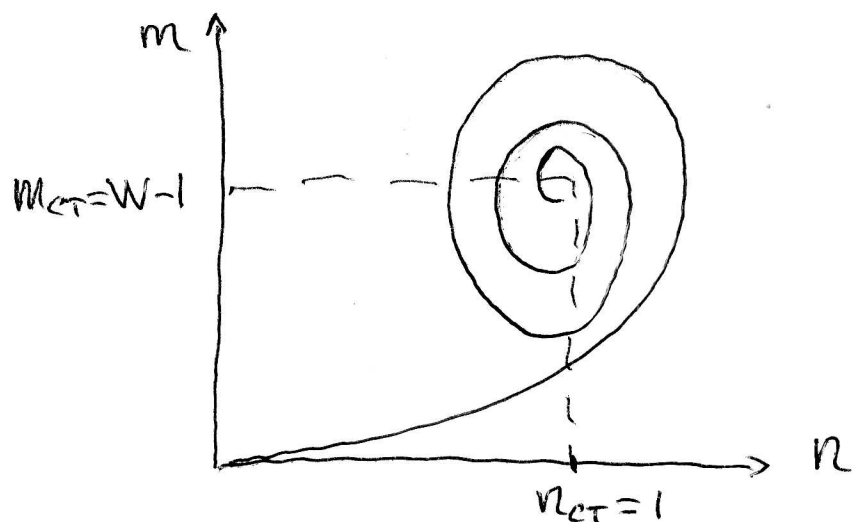
Тому значенням  $n=1$  відповідають мінімуми та максимуми  $m$ .

Розв'язок можна побудувати в координатах  $m = m(n)$

Для цього переходять до рівняння

3

$$\frac{dm/d\tau}{dn/d\tau} = \frac{dm}{dn} = \frac{c_1 m(n-1)}{w - n(m+1)}$$



З'ясуємо з якою частотою відбуваються осциляції

Для цього розв'яжемо систему рівнянь поблизу стаціонарних значень  $n_{ст} = 1$ ,  $m_{ст} = w - 1$ , та подано  $n$  і  $m$  у вигляді

$$\left. \begin{aligned} n &= n_{ст} + \delta n = 1 + \delta n \\ m &= m_{ст} + \delta m = w - 1 + \delta m \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{де} \\ &\delta n \ll n_{ст}; \\ &\delta m \ll m_{ст} \end{aligned}$$

Підстановка таких значень у систему за нехтування величинами  $\delta m \cdot \delta n$  дає лінійну систему

$$\frac{d(\delta n)}{d\tau} = -w \delta n - \delta m$$

$$\frac{d(\delta m)}{d\tau} = c_1 (w - 1) \delta n$$

Розв'язок шукаємо у вигляді

$$\delta n = c_1 e^{\lambda \tau}; \quad \delta m = c_2 e^{\lambda \tau}$$

4

Підстановка таких „розв'язків” до системи рівнянь дає характеристичні рівняння

$$\begin{cases} C_1(\lambda + W) + C_2 = 0 \\ C_1 G(W-1) - C_2 \lambda = 0 \end{cases}$$

Розв'язок  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$  нас не цікавить. Нетривіальні розв'язки будуть, якщо детермінант рівний нулю

$$\begin{vmatrix} \lambda + W & 1 \\ G(W-1) & -\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

Отже  $\lambda^2 + W\lambda + G(W-1) = 0$ ,

$$\lambda = -\frac{W}{2} \pm i \sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}}$$

Можемо записати

$$S_m = C_2 \exp\left[-\frac{\tilde{\zeta}}{2/W}\right] \exp\left[i \sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}} \tau\right]$$

Бачимо, що

стала затухання:  $\boxed{\tilde{\zeta}_{\text{зат}} = \frac{2}{W}}$

частота осциляцій  $\Omega_{\text{осц}} = \sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}}$

а за умови  $G \gg W$  маємо  $\boxed{\Omega_{\text{осц}} \approx \sqrt{G(W-1)}}$

! Чим більша навантаження  $W$ , тим швидше відбувається затухання і зростає частота осциляцій

Розглянемо приклад!

15

Неодимовий лазер:  $\tau_c = 0,5 \text{ мс}$

$$R_1 = 1; R_2 = 0,8; N \rightarrow \infty \Rightarrow \tau_p \approx 33 \text{ мс}$$

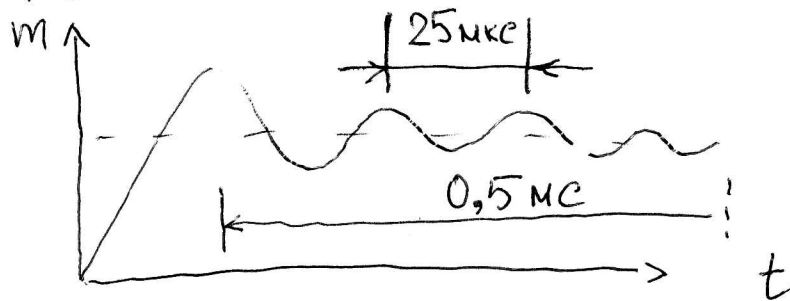
$$G = \frac{\tau_c}{\tau_p} \approx 1,5 \cdot 10^4$$

Нехай  $W=2$ , тоді  $\Omega_{\text{осц}} \approx 1,2 \cdot 10^2$ ;

$$T_{\text{осц}} = \frac{2\pi}{\Omega_{\text{осц}}} \cdot \tau_c \approx 25 \text{ мкс} \leftarrow \text{„розмірний“ період}$$

$$\tau_{\text{зат}} = 1; t_{\text{зат}} = \tau_{\text{зат}} \cdot \tau_c = 0,5 \text{ мс}$$

Проілюструємо схематично



за 20 осциляцій їх амплітуда спаде в 6 разів

якщо  $\tau_c$  велике, а  $W$  маленьке то лазер не встигає перейти в стаціонарний режим. Відбувається „Вільна генерація“